Studente: ______________________________

Scheda 5

Istruzioni: stampate questo foglio; svolgete gli esercizi con **grande ordine** e con **tutti i calcoli, le spiegazioni e i disegni** su un foglio protocollo a quadretti su cui avete messo cognome e nome; mettete cognome e nome anche su questo foglio; riportate nello spazio le sole risposte (magari con parole di spiegazione se servono, e con i disegni fatti meglio che potete); inserite questo foglio nel foglio a quadretti; rioconsegnate il tutto alla **lezione di martedì mattina**,

5.1: disegnate per punti (sufficientemente numerosi senza esagerare) la curva di equazione polare $r(\theta) = \sqrt{2} - \cos\theta$. Calcolate l'integrale sulla curva dela funzione $|y|$. Scrivete una rappresentazione parametrica cartesiana (cioè $x(t) = \cdots$, $y(t) = \cdots$) della curva e dite se si tratta di una curva regolare. Trovate quali sono i punti della curva in cui l'ascissa è massima.

Risposta:

5.2: disegnate per punti la curva

$$x(t) = t - \operatorname{sen} t\ , \quad y(t) = 1 - \cos t\ , \qquad 0 \le t \le 2\pi\ .$$

Calcolatene la lunghezza (a un certo punto potrebbe essere utile moltiplicare per $\sqrt{1+\cos t}$ e stare attenti). Calcolate il vettore tangente $\boldsymbol{V}(t)$ per $t = 0$. Calcolate il limite per $t \to 0^+$ del **versore** tangente $\boldsymbol{\tau}(t)$. Cosa si può concludere sul modo in cui la curva parte?

Risposta:

5.3: considerate l'elica cilindrica in tre dimensioni di passo uno,

$$\boldsymbol{\phi}(t) = (\cos t\,,\ \operatorname{sen} t\,,\ t/2\pi)\ .$$

Dimostrate che è iniettiva e trovate per quale t_0 si ha $\boldsymbol{\phi}(t_0) = (0, 1, 5/4)$. Dite se $\boldsymbol{\phi}$ è regolare. Scrivete i vettori velocità $\boldsymbol{V}(t)$ e accelerazione $\boldsymbol{A}(t)$. Scrivete il versore tangente $\boldsymbol{\tau}(t)$ e la sua derivata $\boldsymbol{\tau}'(t)$. Trovate l'equazione della retta tangente per $t = t_0$. Trovate il raggio di curvatura della curva (in un punto qualsiasi, tanto è costante).

Risposta:

5.4: trovate il massimo e il minimo della funzione $2x^2y - 5x - 8y^2$ sul bordo del triangolo di vertici $(0, 0)$, $(0, 1)$ e $(2, 0)$.

Risposta: